

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ СОЛИТОНА ВОЛНЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

Анализ сложившихся научных подходов к определению и оценке устойчивости нелинейных экономических систем, позволяет выделить два фундаментальных положения:

- *Устойчивая экономическая система*, безусловно, не стоит на месте, она *эволюционирует*, т.е. меняет свое состояние плавно, без внезапных скачков, фазовых переходов и катастроф. В этом смысле ее поведение *прогнозируемо*. А требование устойчивости соответствует принципу рациональности, который, как известно, составляет основу анализа поведения субъектов экономики.

- *Устойчивая экономическая система* слабо чувствительна к «шумам».

Определив коллективное поведение субъектов экономики как *волновое нелинейное*, мы ставим задачу обеспечения его *структурной и локальной устойчивости на фоне глобальной неустойчивости*. Это означает сохранение функциональной формы волновой динамики, обеспечение нечувствительности коллективного поведения к случайным воздействиям, и в то же время наличие возможности целенаправленного воздействия на него.

Устойчивая нелинейная волна, имеющая и сохраняющая форму локализованного образования, принимает вид и качественные характеристики *солитона*.

Экономический солитон представляет собой форму коллективного поведения микросубъектов экономики, характерной чертой которой является устойчивая склонность микроэлементов к определённым видам деятельности и непрерывное воспроизводство функциональных качеств данного коллективного формирования.

Необходимость формализации экономического солитона обусловлена целью преодоления неопределенности в коллективном поведении микросубъектов экономики и создания предпосылок для обоснованного прогнозирования динамики экономической системы.

Исходя из того, что возникновение экономического солитона может иметь различную природу, в основу формализации солитона волны коллективного экономического поведения положим следующие концептуальные положения:

1. Солитон может возникнуть сам в ходе «естественной» взаимной эволюции волновых функций микроэкономических субъектов и потенциала коллективных воздействий, т.е. как результат взаимодействия индивидуальных и коллективных экономических полей.
2. Солитон может быть создан «искусственно», посредством управления эволюцией потенциала коллективных воздействий.
3. Экономическая политика по отношению к коллективному волновому поведению микросубъектов экономики выполняет двоякую функцию: а)обеспечивает создание и сохранение его устойчивой формы – солитона; б)осуществляет изменение структуры дислокации множества солитонов в экономическом пространстве в соответствии с целевыми общественно-экономическими установками.
4. Первая функция экономической политики реализуется посредством перманентной коррекции регулярных экономических воздействий коллективного экономического поля на индивидуальные поля.
5. Вторая функция реализуется в ходе осуществления целевых нерегулярных воздействий.

Таким образом, исследователь волнового экономического поведения микросубъектов экономики может поставить перед собой две задачи:

- Формализовать процесс *образования* солитона;
- Формализовать процесс *передислокации* солитона в экономическом пространстве.

Ограничим предмет формализации процессом образования солитона коллективного поведения микроэкономических субъектов.

Формализация любого экономического явления или процесса предполагает создание модели, адекватно описывающей объективную реальность. Выдвинутая нами ранее гипотеза о волновом характере поведения микросубъектов экономики и цель его солитонизации позволяет в качестве базового инструмента формализации экономического солитона использовать известное уравнение Korteweg de Vries (КдФ), которое вместе с уравнениями Шредингера, sine-Gordon, Бюргера и др. образует класс нелинейных эволюционных уравнений.

В нашем случае уравнение КдФ имеет вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial U^3} + \psi \frac{\partial \psi}{\partial U} = 0$$

Где:  $\psi$  – волновая функция, описывающая состояние микросубъекта экономики;  $U$  – потенциал коллективных экономических взаимодействий;  $t$  – фактор времени. Подчеркнем, что в уравнении КдФ  $t$  выполняет функцию трансформационного параметра<sup>1</sup>.

Напомним, что экономический смысл волновой функции состоит в том, что квадрат ее модуля  $\psi(\vec{r}, t)$  есть плотность вероятности пребывания микроэкономического субъекта в данной точке экономического пространства в данный момент времени:

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$$

Величина волновой экономической  $\psi$ -функции равна амплитуде вероятности нахождения микроэкономического субъекта в конкретной точке экономического пространства в каждый момент времени  $t$ .

Потенциал коллективных экономических взаимодействий  $U$  представляет собой характеристику коллективного экономического поля, которое в свою

---

<sup>1</sup> Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике: Пер.с англ. – М.:Эдиториал УРСС, 2001. с. 251

очередь является результатом агрегирования индивидуальных экономических полей.

Уравнение КдФ является одним из числа уравнений, описывающих такое изменение потенциала  $U$ , при котором собственные значения  $\Psi$ -функции ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ) остаются неизменными. Это означает, что трансформация  $\psi$ -функции задается изменением  $U$  - потенциала коллективных взаимодействий, изменение которого в свою очередь обуславливается эволюцией  $\psi$ -функции.

В контексте задачи придания устойчивости коллективному поведению микросубъектов экономики решение уравнения КдФ имеет следующий *экономический смысл*: оно определяет такое изменение потенциала коллективных экономических воздействий во времени  $U(t)$  и соответствующее ему изменение коллективной  $\psi$ -функции, при которых амплитуда вероятности попадания микросубъектов экономики в конкретную часть экономического пространства ( $\lambda$ ) останется постоянной. Визуально это выглядит как устойчивая локализация плотности вероятности в определенной области пространства. Именно так в экономическом пространстве возникнет уединенная волна коллективного поведения микросубъектов – экономический солитон.

Таким образом, *решение уравнение КдФ задает такие эволюции коллективной волновой функции поведения микроэкономических субъектов и потенциала коллективных экономических воздействий во времени, при которых собственные значения  $\psi$ -функции ( $\lambda_n$ ) останутся неизменными, т.е.  $\lambda_t = 0$ .*

Действительно, устойчивость локализации плотности вероятности попадания экономических субъектов в конкретную область экономического пространства, которая сохраняется в процессе эволюции – очевидное свидетельство наличия экономического солитона коллективного поведения. Экономический смысл уравнения КдФ очень удобно проиллюстрировать на примере прямой и обратной задачи рассеяния.

Явление рассеяния нелинейной волны<sup>2</sup>, как известно, трактуется как последствия ее попадания на некий «потенциальный барьер», или препятствие, обладающее потенциалом  $U$ , который эволюционирует во времени. Энергия, с которой рассеивается волна, пропорциональна собственным значениям волновой функции ( $\lambda$ ). В нашем случае роль потенциального барьера, на который падает волна коллективного поведения микросубъектов, будет выполнять коллективное поле экономических взаимодействий.

В одномерных задачах деятельность этого барьера – «рассеивателя» обычно проявляется через *отражение* и *прохождение* падающей волны. Т.е. при взаимодействии волны коллективного поведения с коллективным полем экономических взаимодействий, потенциал которого эволюционирует определенным образом, будут возможны два сценария.

Первый сценарий. *Отражение* волнового пакета, соответствующего нелинейной волне коллективного поведения. В этом случае устойчивые (связанные) состояния функции коллективного поведения не образуются. Эволюции  $\psi$ -функции в этом случае соответствует непрерывный спектр собственных значений ( $\lambda$ ). Т.е. собственные значения волновой функции коллективного экономического поведения изменяются вместе с потенциалом коллективного поля экономических взаимодействий и самой волновой функцией. Этому варианту эволюции волны соответствует спектр непрерывных значений  $\psi$ -функции ( $\lambda_i \neq 0$ ).

Второй сценарий. *Свободное прохождение* волны через потенциальный барьер поля коллективных взаимодействий. Ему соответствует спектр *связанных состояний*  $\psi$ -функции. В этом случае на фоне эволюций волновой функции коллективного экономического поведения и потенциала поля коллективных экономических взаимодействий собственные значения  $\lambda_n$  остаются неизменными. Происходит солитонообразование, волна приобретает устойчивую форму,

---

<sup>2</sup> В одномерном случае.

т.е. приобретает способность преодолевать препятствие и сохранять при этом свою ориентацию в экономическом пространстве.

Решение нелинейного эволюционного уравнения методом *прямой задачи* рассеяния заключается в том, что по заданному исходному значению потенциала  $U(0)$  восстанавливаются так называемые *данные рассеяния*, т.е. все собственные значения ( $\lambda_n$ ) и характеристики также будут изменяться. При этом, связанные состояния, или солитон будет образовываться только в том случае, если потенциал  $U$  деформируется в соответствии с уравнением КдФ.

*Метод обратной задачи рассеяния* (МОЗР) оказался возможным благодаря свойству *инвариантности*, которым обладает уравнение КдФ. Суть его состоит в восстановлении исходного потенциала  $U_0$  по данным рассеяния, т.е. по собственным значениям и соответствующим им собственным функциям без непосредственного решения КдФ.

Если приложить метод прямой и обратной задачи рассеяния к экономической проблематике, то они будут соответствовать реализации либо нормативного, либо позитивного подходов к экономической политике.

Так, в частности, требование оценить последствия реализации каких-либо предварительно заданных перманентных экономических действий, например, бюджета, формально соответствует решению прямой задачи рассеяния. Т.е. означает восстановление собственных значений  $\psi$ -функции по заданному заранее потенциалу поля коллективных взаимодействий. Такая интерпретация метода прямой задачи рассеяния согласуется с позитивным аналитическим подходом в экономике.

Нормативный вариант экономической политики, можно описать МОЗР. Он предполагает, например, определение пространственно-временной структуры бюджета по спектру собственных значений функции коллективного поведения субъектов экономики. Решение уравнения КдФ, позволит выявить такой вариант пространственно-временной структуры бюджета, который задаст устойчивую форму этому экономическому поведению.

Главная особенность уравнения КдФ заключается в том, что оно объединяет две противоположные тенденции:

1. «Формирование» волны, обусловленное *нелинейностью*.
2. «Распыление» волны, обусловленное *дисперсией*.

Устойчивая волна может возникнуть только в том случае, когда эти воздействия компенсируются. Визуально влияние факторов нелинейности и дисперсии на волну выглядит как процесс ее «сжатия» и «растяжения». Преобладание одного из эффектов, например, нелинейности, неизбежно приводит к изменению профиля волны: ее передний фронт «укручивается» и она может «опрокинуться». Налицо – форма проявления неустойчивости нелинейного волнового процесса. Когда же в действие вступают силы дисперсии, происходит оформление волны в устойчивое образование, сохраняющее свою форму и качества – солитон.

Идентификация воздействий, оказываемых коллективным экономическим полем на функцию коллективного волнового поведения по признаку дисперсии и нелинейности имеет принципиальное значение для исследования динамики нелинейных волн в экономике. Во-первых, это позволит отойти от совершенно бесперспективной в аналитическом плане оценки этих воздействий, как оказывающих «хорошее» или «плохое» влияние на состояние экономической системы. Во-вторых, обеспечит понимание механизма и формализацию условия образования устойчивой формы волнового поведения микросубъектов.

В этой связи неизбежно возникает серьезная методическая проблема: определение дисперсионных и нелинейных коллективных воздействий в экономике. По этому поводу можно высказать в качестве гипотезы следующее соображение: «сжимающее» воздействие (нелинейность) на волну коллективного экономического поведения микросубъектов<sup>3</sup>, осуществляемое со стороны коллективного поля взаимодействий, идентифицируется по совпадению на-

---

<sup>3</sup> В самом простом случае, т.е., если рассматривать ее как *плоскую одномерную волну*, частицы которой испытывают колебания только в одном направлении, например, в продольном.

правлений эволюции  $\psi$ -функции и эволюции конкретного воздействия. Соответственно, то воздействие, которое «растягивает» волну коллективного поведения (дисперсия) изменяется в противоположном направлении относительно эволюции  $\psi$ -функции. При таком подходе техническая задача будет состоять в стратификации (по направлению эволюции) конкретных форм экономических импульсов, которые в совокупности образуют потенциал коллективного поля взаимодействий.

В целом же задача «сортировки» всех воздействий, обуславливающих пространственно-временную волновую динамику индивидуальной и коллективной  $\psi$ -функций по направлению их эволюции относительно эволюции  $\psi$ -функции (нелинейность и дисперсия), представляется очень сложной в методическом и техническом плане и предполагает проведение специальных исследований и экспериментов.

Экономическая волна амплитуды вероятности, формирующаяся в солитон в результате взаимодействия индивидуальных и коллективного полей, относится к числу очень сложных нелинейных явлений. Наличие полевых и вероятностных характеристик поведения микросубъектов экономики задает такие высокие требования к инструментам их анализа, что едва ли можно говорить о реальной возможности *полной* формализации условия устойчивости нелинейных волновых процессов в экономике существующими методами. Однако, понимание таких перспектив не должно препятствовать постановке проблемы и попыткам ее решения хотя бы в первом приближении, с использованием упрощающих предположений. Это позволяет привлечь к исследованию хорошо изученные инструменты описания условия солитонообразования.